Construire des figures

De quoi s'agit-il? Les élèves construisent une figure de la famille du triangle équilatéral en

découpant un triangle équilatéral ou en assemblant plusieurs exemplaires

de celui-ci.

Enjeux Renforcer la connaissance des commandes Diviser, Découper, Déplacer,

Tourner, Retourner, Ajuster;

rencontrer le fractionnement d'une grandeur;

préparer aux fractionnements de grandeurs et aux rapports entre les grandeurs.

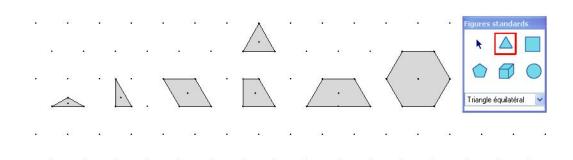
Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer. Composer deux fractionnements d'un objet réel ou représenté [...]. Additionner ou soustraire deux grandeurs fractionnées.

De quoi a-t-on besoin? Comment s'y prendre? La fiche constrifig; des crayons ordinaires; des règles.

L'enseignant soumet la fiche constrifig aux élèves qui prennent connaissance de la consigne.

Fiche constrifig

À partir du triangle équilatéral disponible dans le pavé de figure, construis une autre figure de la même famille.

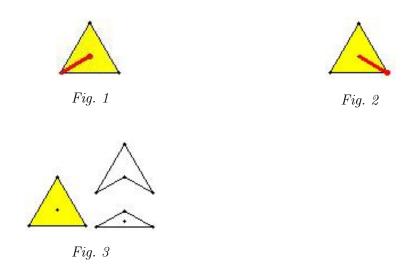


La consigne n'est reformulée et/ou explicitée que pour les élèves en difficulté de compréhension.

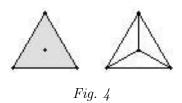
Les élèves choisissent une figure à reproduire et la placent à l'écran. Ils font aussi apparaître autant de triangles équilatéraux que nécessaire. Ils emploient les fonctionnalités *Diviser*, *Découper*, *Déplacer*, *Tourner* et peut-être *Retourner* pour réaliser les découpes et assemblages nécessaires à la reproduction de la figure choisie.

Pour construire le triangle isocèle, l'emploi du centre du triangle équi-

latéral est nécessaire comme le montrent les figures ?? à ??. La découpe s'effectue à partir d'un premier sommet, du centre du triangle équilatéral et d'un second sommet.



Cette connaissance, appartenant à la fois au domaine des connaissances mathématiques et à celui des connaissances instrumentales, influe fortement sur le travail des élèves. En effet, d'un point de vue mathématique, même si les élèves superposent le triangle isocèle au triangle équilatéral (figure ??) et découvrent qu'il faut trois exemplaires du premier pour recouvrir le second, donc qu'il faut découper le second en trois pour obtenir le premier, il n'est pas certain qu'ils se rendent compte que le sommet commun aux trois petits triangles isocèles soit au centre du triangle équilatéral.



Dans sa version originelle, montre automatiquement le centre des polygones, ce qui aide les élèves. Cependant il se peut que cette fonctionnalité soit désactivée suite à certaines manipulations effectuées au cours d'activités antérieures.

Pour construire le **triangle rectangle**, l'élève doit, préalablement à la découpe du triangle équilatéral, créer le point de division sur un des côtés de ce triangle. C'est déjà là un apprentissage instrumental important : ne peut découper une figure sans qu'au préalable ne soient définis les points de division. Pour ce faire, l'élève doit diviser un côté du triangle équilatéral en deux afin d'obtenir le point milieu servant de point de découpe (figure ??).

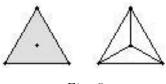


Fig. 5

Échos des classes

Au cours des différentes expérimentations réalisées dans des classes de troisième et quatrième primaires, la majorité des élèves construisent des figures plus grandes que le triangle équilatéral. Les justifications que les élèves mettent en avant sont :

- « C'est plus gai de créer ». Il semblerait que pour les élèves, composer à partir d'éléments plus petits soit une activité créative, motivante, agréable, alors que l'inverse du plus grand vers le plus petit l'est moins. Notons que l'acte créatif ne participe pas nécessairement de cette vision expansive, pensons notamment au sculpteur de pierre.
- Les élèves expriment également leurs difficultés à passer d'une grande figure à une plus petite. Les raisons tiennent tant au domaine mathématique grandeur, géométrie qu'au domaine instrumental quelles fonction utiliser et comment l'utiliser? –. Dans ce dernier domaine, les élèves possèdent une expertise encore peu affirmée dans l'utilisation des fonctionnalités telles que Diviser, Découper et Montrer le centre des polygones, et de leur association dans la réalisation d'une tâche complexe (Cf. les commentaires ci-dessus). À l'inverse, dupliquer des figures, les juxtaposer pour former une figure plus grande leur semblent plus aisé ou plus naturel.

Ces deux justifications sont intéressantes et peuvent peut-être induire de nouvelles pratiques didactiques dans la construction des concepts liés aux fractionnements et aux fractions. En effet, serait-il plus judicieux et plus respectueux des premières intuitions des enfants de commencer par multiplier des figures plutôt que de tenter de les diviser pour en trouver la moitié ou le quart? D'une autre manière, serait-il plus approprié de commencer par le double, le triple, le quadruple ou le quintuple, plutôt que par la moitié – demi – le tiers, le quart ou le cinquième?

Nous avons également remarqué que certains élèves effectuent la tâche en sens inverse. À savoir qu'ils partent du triangle rectangle pour construire le triangle équilatéral. Ceci participe à nouveau du principe selon lequel il est plus naturel de partir de la figure la plus petite pour aller vers la figure la plus grande.

À la fin de cette activité, il est raisonnable de penser que :

- les élèves savent utiliser à bon escient la fonctionnalité Ajuster du menu mouvement;
- les élèves savent comment employer les fonctionnaliés Diviser et Découper

Manipulation concrète de carrés

De quoi a-t-on besoin?

Matériel pour les élèves

Fiche de travail, crayon, gomme, colle, compas, équerre, latte, un jeu de quatre carrés en carton de couleurs par élève (voir fiche de gabarits à photocopier et découper).

Fichier informatique

Aucun.

Matériel pour l'enseignant

Si possible, des carrés magnétiques de couleurs pour réaliser les constructions au tableau, ou transparents et rétroprojecteur, ou des carrés de carton de couleurs.

Latte, équerre et compas de tableau.

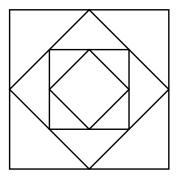


Fig. 6

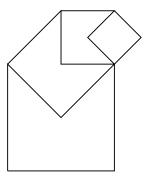


Fig. 7

Comment s'y prendre?

L'enseignant place au tableau des modèles des figures 11 et 12. Il est important de présenter des suites construites à partir d'un carré initial différent. En effet, les enfants devront se rendre compte que les quatre carrés de chacune de ces suites ne sont pas choisis au hasard. Au contraire les rapports entre les dimensions des différents carrés de la suite ont de l'importance.

Les élèves sont répartis par groupe de deux (éventuellement trois). Cette disposition permet les échanges de points de vue et certaines manipulations qui nécessitent de maintenir des pièces.

Chaque groupe reçoit les fiches ainsi que deux jeux différents de carrés, mélangés dans une même enveloppe.

Construis une suite semblable à celles présentées au tableau.

Essaie ensuite de réaliser cette même suite, avec les quatre autres carrés.

Colle une suite géométrique réalisée dans le cadre ci-dessous.

Avec les quatre carrés non collés, essaie de construire la deuxième suite.

Les élèves choisissent une suite, analysent les positions relatives des carrés et déterminent par essai-erreur les quatre carrés permettant de la construire parmi les huit à leur disposition.

Ils peuvent ensuite se rendre compte que les dimensions des quatre autres carrés permettent également de construire cette même suite. Ils collent alors l'une de leurs réalisations sur la fiche.

Ils tentent enfin de répondre à la dernière consigne qui demande de construire la seconde suite.

Ils réalisent ces différentes suites sans recourir à des mesures.

La procédure à utiliser pour réaliser la tâche de reproduction est différente selon la suite que l'élève choisit.

En ce qui concerne la suite des carrés emboîtés (fig 11) :

- les élèves doivent observer que les sommets d'un carré plus petit doivent être placés sur les milieux des côtés du carré plus grand ;
- les élèves doivent donc situer ces milieux de côtés, soit en pliant les carrés, soit en utilisant leur compas ; nous déconseillons de laisser les élèves utiliser leur latte pour mesurer, cette démarche n'apportant aucune connaissance fondamentale en géométrie.

Le tracé au compas, facilement réalisable sur une feuille de papier, est plus difficile sur une forme découpée comme celles proposées aux élèves.

Bien que cette démarche soit peu probable, la recherche du milieu d'un côté du carré pourrait donc être réalisée à l'aide du compas car cette technique peut avoir été rencontrée par les élèves auparavant. Cependant, elle consiste généralement à tracer quatre arcs de cercle, deux au-dessus de la ligne, deux en dessous comme le montre la figure 8. La technique devrait donc être adaptée à la situation (Fig 9), une réflexion sur la technique elle-même peut nourrir certains apprentissages.

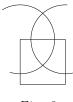


Fig. 8



Fig. 9

En ce qui concerne la suite des carrés sortants (fig 12):

— les élèves doivent observer que deux sommets opposés d'un carré plus petit peuvent être placés sur deux sommets consécutifs du carré plus grand;

- ou, que deux sommets consécutifs d'un carré plus petit peuvent être placés sur un sommet et le centre du carré plus grand;
- aucune mesure ou tracé supplémentaire n'est nécessaire pour cette seconde suite.

Le centre d'un carré est obtenu en traçant les diagonales du carré ou est directement présent si les médianes apparaissent suite à un pliage.

Notons que pour cette tâche réalisée à partir de formes en carton, un seul sens est utilisé : de la plus grande vers la plus petite forme. En effet, les formes n'étant pas transparentes, il est nécessaire de placer d'abord la plus grande, puis une plus petite, ainsi de suite.

Les notions de diagonale, de milieu de côté, de sommet de forme et de centre de forme sont ici employés dans une perspective « outil » au sens de R. DOUADY, [?]. Il n'est nullement nécessaire de les définir avant de les employer dans l'activité. Ils prennent sens dans l'action et leur dénomination mathématique est précisée lors de la réalisation d'une tâche.

Commentaires

Sans doute, sera-t-il nécessaire pour l'enseignant de questionner les élèves durant l'activité, individuellement ou collectivement, quant à la démarche utilisée pour construire ces suites. C'est de ces questionnements que naîtront des interrogations du type :

- pour la suite de carrés emboîtés (fig 11), comment être certain que ces carrés sont placés correctement les uns par rapport aux autres?
- comment trouver le milieu d'un côté?
- pour la suite sortante (fig 12), y a-t-il des traits communs à deux carrés successifs?

Une discussion en groupe aura pour objet, dans un premier temps, d'exposer les réalisations finales des élèves et de mettre en avant certaines constatations, entre autres :

- certains carrés ne s'intègrent pas (« ne vont pas ») dans les suites à construire. Ils sont soit trop grands, soit trop petits. Dans les deux cas, il est impossible de placer leurs quatre sommets sur les milieux des côtés d'un carré plus grand;
- les carrés des suites ne sont donc pas choisis au hasard;
- les modèles exposés au tableau n'ont pas tous la même grandeur, les carrés qui les composent non plus. Il est donc possible de construire des suites de différentes grandeurs;
- pour construire la suite des carrés emboîtés, il est nécessaire de connaître les milieux des côtés du carré plus grand ;
- pour construire la suite des carrés sortants, il faut placer deux sommets opposés d'un carré plus petit sur deux sommets consécutifs d'un carré plus grand.

Ces constats peuvent faire l'objet d'une synthèse écrite. Ils seront exploités dans les activités suivantes.

Selon les constats opérés et les questionnements survenus lors de cette activité, les prolongements suivants peuvent être envisagés :

— construction à la règle et au compas de la médiatrice et du milieu d'un segment ou d'un côté de polygone, tracé des médianes d'un carré, d'un rectangle, d'un losange, d'un parallélogramme avec constat que les médiatrices ne correspondent pas toujours avec les médianes;

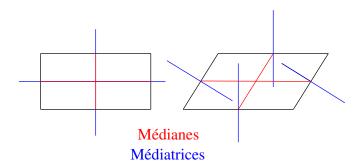


Fig. 10

- utilisation du compas pour comparer des longueurs ¹;
- rencontre de l'inégalité triangulaire si des élèves ont comparé la longueur des médianes ou des côtés avec celle des diagonales.
 - Par exemple, « si l'on dispose de deux baguettes de même longueur et d'une troisième dont la longueur est égale à la somme des deux autres, est-il possible de construire un triangle? »...

Les notions que nous venons de rencontrer dans cette activité, et celles contenues dans les prolongements possibles, seront utilisées à nouveau dans l'enseignement secondaire, par exemple en ce qui concerne :

- le théorème de Pythagore;
- tout triangle inscrit dans un demi-cercle est rectangle.

Les deux suites de carrés ne sont pas choisies à parts égales par les élèves. Dans une majorité de cas, les élèves ou les groupes d'élèves choisissent de réaliser la suite de carrés emboîtés. Les raisons sont essentiellement d'ordre esthétique, « c'est plus joli », ou pratique, « ça paraît plus facile ».

A contrario, certains élèves, minoritaires, nous disent avoir choisi les carrés extérieurs parce que cela paraissait plus compliqué. Toutefois, après quelques essais infructueux, certains y renoncent. Observons que les élèves ayant poursuivi dans la construction de cette suite « sortante » constatent et expliquent que celle-ci est plus facile à réaliser, « parce qu'on n'a pas besoin des milieux [...] Il suffit de placer deux sommets opposés du carré plus petit sur deux sommets consécutifs du carré plus grand ».

Dimension affective

Globalement, les élèves ont apprécié cette activité du fait que les pièces sont colorées et que les suites de carrés forment de jolis assemblages.

Nous avons également remarqué que cette activité de construction géométrique constitue un véritable défi à leurs conceptions et perceptions premières. Ce que nous expliciterons ci-dessous plus longuement.

^{1.} Notons que le mot *compas* provient du mot latin *compassare*, [12^esiècle], qui veut dire *mesurer avec le pas*. Nous retrouvons dans l'étymologie du mot *compas* une de ses utilisations premières qui est de mesurer avec précision et de reporter des longueurs.

Dimension conceptuelle

Les concepts rencontrés dans cette activité sont nombreux : suite géométrique au sens mathématique du terme : l'aire de chaque carré est double de celle du précédent, mesure de longueur, orientation, formes géométriques et familles de formes, lignes remarquables telles que médiane et diagonale.

Ces concepts sont utilisés tant par les élèves que par l'enseignant dans la phase discursive pour expliciter et justifier les actions réalisées. L'apprentissage et l'utilisation du vocabulaire précis est ainsi réalisé en situation de communication. Les constats les plus fréquents sont les suivants :

- Un changement de vocabulaire : les carrés sont baptisés *carrés* ou *losanges* selon leur orientation. On rencontre fréquemment dans les classes les « définitions » suivantes assimilées par les élèves :
 - un carré est une forme qui a quatre côtés égaux et quatre angles droits
 - un losange est une forme qui a quatre côtés égaux, deux angles obtus et deux angles aigus.

Cette dernière définition n'est évidemment pas celle du mathématicien pour qui un carré est un losange particulier. Néanmoins, si les élèves en tenaient compte, le carré ne devrait pas changer de nom lorsqu'il est « mis sur pointe ».

Constatons donc que les formes sont identifiées et dénommées en fonction d'une perception visuelle et que celle-ci est plus *forte* que les connaissances acquises et oralisées.

Constatons également l'incohérence entre la définition — erronée — du losange et l'inclusion de la famille des carrés dans celle des losanges. Constatons enfin que ces incohérences ne gènent guère les élèves sans que nous puissions expliquer pourquoi.

• Une confusion entre médiane et diagonale d'un carré, ainsi que l'usage plus fréquent des médianes au détriment des diagonales. Ceci peut surprendre car les diagonales sont des lignes remarquables directement données par les quadrilatères proposés : il s'agit de joindre deux sommets opposés.

Manipulation de carrés sur AGm

Construire des suites semblables à celles présentées au tableau.
Les élèves reçoivent la fiche de travail sixcarres.
Fiche sixcarres
Parmi ces six carrés, retrouve les quatre qui te permettent de réaliser le montage proposé.

Le fichier informatique correspondant leur propose une série de six carrés parmi lesquels ils doivent retrouver ceux qui leur permettent de construire les deux suites de carrés (il y a deux carrés parasites dans la série). Lorsqu'ils ont terminé, ils enregistrent leur fichier avec le résultat ou ils peuvent enregistré en tant qu'image.

Une exploitation collective du travail débouche sur les constatations suivantes :

- certains carrés ne s'intègrent pas (« ne vont pas ») dans la suite à construire ;
- les carrés qui vont bien pour une suite vont bien pour l'autre suite ;
- les carrés des suites ne sont pas choisis au hasard ;
- les modèles exposés au tableau n'ont pas tous la même grandeur, donc les carrés qui les composent non plus.

L'enseignant propose alors de chercher une réponse aux questions suivantes.

Pourquoi certains carrés ne s'intègrent-ils pas dans la suite à construire?
Pourquoi les autres marchent-ils si bien?

L'analyse des deux suites de carrés va mettre en évidence deux caractéristiques différentes des carrés qui les composent. Pour la suite de la figure ??, les élèves concluent assez rapidement que les sommets de chaque carré doivent « tomber juste au milieu » des côtés du carré précédent (ou du carré suivant selon le sens de parcours de la suite). Pour la suite de la figure ??, les élèves découvrent plus facilement, sur les travaux imprimés, grâce à la transparence des carrés, l'égalité entre la longueur du côté d'un carré et la diagonale du carré qui le précède (ou qui le suit, toujours suivant le sens de parcours de la suite). L'ensemble des résultats aux différentes

questions fait l'objet d'une première mise au point écrite à laquelle les enfants pourront ensuite faire référence. L'enseignant donne ensuite la consigne suivante aux différents groupes d'élèves.

Pour reproduire correctement la suite des carrés emboîtés, les élèves peuvent placés sur les milieux des côtés des carrés en les divisant en deux. L'ajustement automatique pourra se faire et l'élève obtiendra une construction correcte de la suite.

Découper et assembler des carrés

Comment s'y prendre?

Dans l'interface Grandeurs du logiciel Apprenti Géomètre mobile, les élèves vont reproduire les deux suites suivantes par découpage et réassemblage d'un carré de la suite.



Fig. 11



Fig. 12

L'analyse qui suit suppose que les élèves ont réalisé l'activité avec les carrés de carton. Ils ont donc déjà observé les deux suites et connaissent leurs particularités géométriques telles que la coïncidence de certains points remarquables (sommet, milieu, centre). Avec Apprenti Géomètre, comme avec les formes en carton, la démarche à utiliser pour réaliser la tâche est différente selon la suite que l'élève va choisir. Des différences existent aussi entre la réalisation à l'aide des formes en carton et avec le logiciel.

Notons cependant que contrairement à l'activité précédente, du fait de la transparence des formes, le dessin d'une suite peut se faire dans les deux sens : du plus petit carré vers le plus grand ou l'inverse. Ce choix du sens de reproduction influera également sur la démarche à utiliser. Nous explicitons ceci ci-dessous.

Afin de mettre en place des stratégies, les élèves peuvent réaliser d'autres modules auparavant et établir des observations nécessaires à la réalisation de la tâche. Les modules que l'on propose sont « Manipulation concrète de carrés » et « Manipulation de carrés sur *Apprenti Géomètre mobile* ». Dasn ces modules, les élèves assemblent des carrés pour reproduire les deux suites avec d'abord les carrés en papier carton et ensuite sur le logiciel.

Reproduis quatre carrés nécessaires à l'assemblage d'une des deux suites de carrés dans l'interface Grandeurs.

Indique ensuite de quels éléments géométriques tu as eu besoin pour réaliser chacune de ces deux constructions.

Les stratégies décrites prennent en comptent les observations des suites pour reproduire les carrés. Mais rappelons qu'une suite de carrés peut être utilisée pour reproduire l'autre. Un élève pourrait

Suite carrés emboîtés

Du plus grand au plus petit : Diviser côtés en deux et découper 4 fois. Attention lors de la découpe les points de division disparaissent.

Du plus petit au plus grand : découper le carré en quatre en reliant deux sommets consécutifs au centre. Soit *Construire le centre* puis découper directement le quart, recommencer ou le copier. Soit couper selon la diagonale, obtenir la moitié et découper encore en deux en divisant l'hypoténuse du triangle obtenu. Les fusionner au petit carré pour obtenir le carré plus grand.

Suite carrés sortants

Du plus grand au plus petit : découper un quart par le centre, le copier et fusionner.

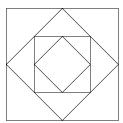
Du plus petit au plus grand : couper le carré par la diagonale, copier chaque demi, les assembler par l'angle droit pour reformer le carré, grouper et fusionner.

Comparer les aires des carrés d'une suite

L'enseignant propose ensuite aux élèves de comparer les aires des différents carrés d'une même suite. Pour ce faire, il leur distribue les fiches carrescinq et airescarre.

Fiche carrescing

Voici les quatre carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare les aires de ces carrés. Complète le tableau de la fiche airescarre.



Fiche airescarre

Complète le tableau ci-dessous en notant les rapports entre les aires des différents carrés de la fiche carrescinq.

Cette partie de l'activité se poursuit uniquement sur les ordinateurs. Certains élèves peuvent éprouver des difficultés à gérer l'organisation des différentes comparaisons entre les quatre carrés. L'enseignant peut dans ce cas décomplexifier la situation en proposant les fiches carresun à carresunquatre. Chacune de ces fiches propose la comparaison de deux carrés de la suite seulement. L'élève transcrit ses résultats au fur et mesure de ses comparaisons sur la fiche airescarre, ce qui donne finalement les tableaux 13 ou 14 en fonction de la signification que les élèves ont donné à la flèche.

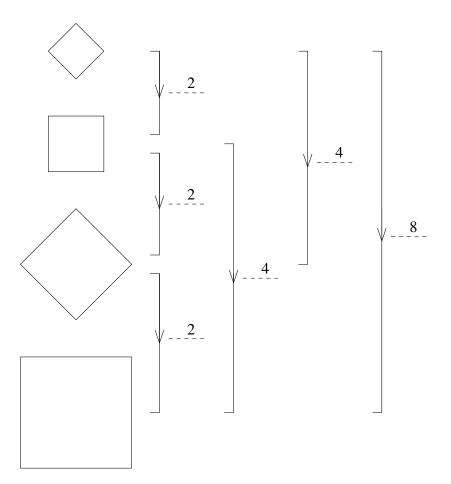
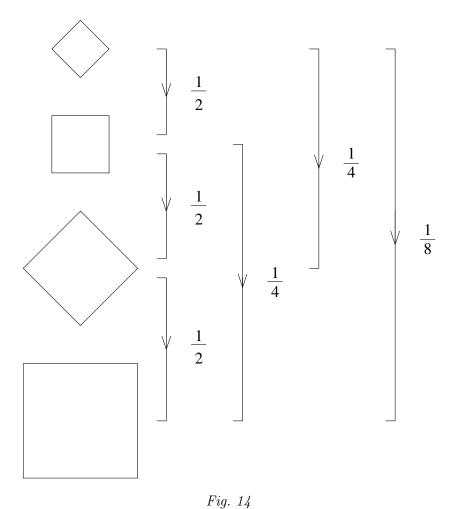
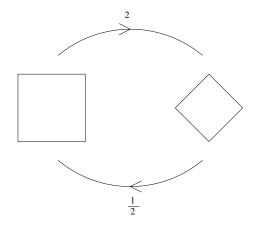


Fig. 13



Une mise en commun des résultats permet à l'enseignant de tirer les conclusions suivantes :

- en passant d'un carré à son voisin dans la suite, l'aire est multipliée (ou divisée) par deux.
- les nombres obtenus dans les deux tableaux 13 et 14 sont inverses l'un de l'autre.
- le rapport entre les aires de deux carrés peut s'exprimer par deux nombres inverses l'un de l'autre.



L'enseignant leur donne alors la fiche tableauaires et leur demande de replacer ces constatations dans le tableau.

Fiche tableauaires

Complète le tableau ci-dessous en y plaçant les rapports obtenus à la fiche airescarre.

En fonction des résultats obtenus à la fiche airescarres, les élèves produisent un des deux tableaux 15 ou 16.

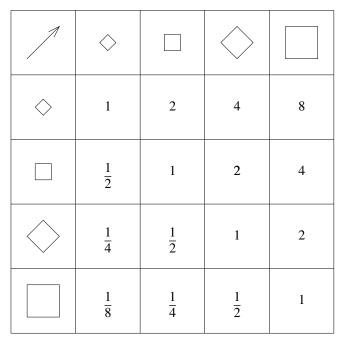


Fig. 15

1	\Diamond		\Diamond	
\Diamond	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	4	2	1	$\frac{1}{2}$
	8	4	2	1

Fig. 16

L'enseignant a ici l'occasion de faire remarquer qu'une des diagonales du tableau est composée uniquement de 1 et que les nombres obtenus de part et d'autre de cette diagonale sont inverses l'un de l'autre.

 $\begin{array}{c} Prolongement \\ possible \end{array}$

L'enseignant peut prolonger l'activité en proposant aux élèves le défi repris par la fiche moquette.

Fiche moquette La maman de Nicolas souhaite remplacer la moquette de la chambre de son fils. Au magasin, il ne reste plus que deux morceaux de moquette de forme carrée dont les dimensions sont inférieures à celles de la chambre. Le vendeur lui affirme néanmoins qu'en découpant ces deux carrés de moquette et en agençant judicieusement les morceaux, elle pourra couvrir exactement la surface de la chambre. Le schéma ci-dessous modélise la situation, peux-tu aider la maman de Nicolas?					
La chambre de Nicolas					
La Chambre de Nicolas					
Les morceaux de moquette					

Il est intéressant de proposer aux élèves de résoudre ce défi à partir des deux environnements papier-crayon et ordinateur, chacun d'eux ayant un intérêt spécifique : le papier-crayon demande une attention particulière dans la précision des tracés et des découpes tandis que l'outil informatique place l'élève dans l'obligation de penser les mouvements des figures avant toute action sur celles-ci. L'élève effectue à ce moment un travail sur ses représentations mentales des mouvements dans le plan.

Kolus n'hesoria esquérimenté que cette dernière partie de l'activité et seulement dans l'environnement papier-crayon. Après lecture du défi, les élèves ont reçu trois carrés de papier : deux représentant les morceaux de moquette, un représentant la chambre. Ils ont d'abord collé un de leurs petits carrés sur le plus grand et découpé le deuxième pour essayer de combler les trous. Ils ont fait plusieurs essais sans pour cela arriver à tout recouvrir. À l'enseignant qui leur faisait remarquer qu'à certains endroits le collage était disgracieux, les élèves ont répondu : « Ce n'est pas grave car à cet endroit-là, Nicolas mettra un meuble et on ne verra plus rien! ».

Pour aider certains élèves en difficulté, l'enseignant leur a suggéré de couper le moins possible dans les morceaux de moquette, soit une fois dans chaque morceau de moquette, soit deux fois dans un seul morceau, en laissant l'autre intact.

Enfin, à ceux qui n'avaient toujours pas réussi, l'enseignant a demandé de plier un des morceaux de moquette en deux : pour la plupart des élèves, le pliage a été directement effectué à partir des diagonales du

carré.