

Comparer deux figures

De quoi s'agit-il ? Les élèves superposent deux figures pour les comparer. Ils font de même avec d'autres figures pour découvrir les trois mouvements de l'interface *Grandeurs*, l'outil *Arrière-plan* et identifier la grandeur à comparer.

Enjeux Utiliser les commandes du menu *Mouvements* : *Déplacer*, *Tourner*, *Retourner*.

Utiliser les opérations *Diviser*, *Découper* et éventuellement *Fusionner*.

Utiliser la superposition comme moyen de comparaison.

Utiliser les termes qualitatifs relatifs aux grandeurs : plus ... que, moins ... que, aussi ... que.

Compétences. *Comparer des grandeurs de même nature et concevoir la grandeur comme une propriété de l'objet, la reconnaître et la nommer.*

De quoi a-t-on besoin ?

Les sept fiches nommées *Comparer deux figures*.

Les fichiers *Comparer1*, *Comparer2*, *Comparer3*, *Comparer4*, *Comparer5*, *Comparer6* et *Comparer7* accessibles sur le serveur du CREM¹ ► Activité de réactivation ► Comparer deux figures.

Comment s'y prendre ?

Les élèves vont être amenés à comparer les aires de deux figures en incluant l'une dans l'autre par superposition. Lorsque cela n'est plus possible, les élèves doivent découper une figure et l'assembler autrement pour répondre à la question. Pour la première partie, la grandeur à comparer n'a volontairement pas été explicitée. Nous espérons voir apparaître différentes réponses pour mettre en évidence l'imprécision de la question et se mettre ensuite d'accord sur l'aire à comparer. L'enseignant acceptera dans un premier temps les réponses et justifications correctes basées sur la comparaison de longueurs comme par exemple, les longueurs des côtés des figures.

L'enseignant soumet la fiche 1 aux élèves et donne les instructions pour ouvrir le fichier *Comparer1* dans l'interface *Grandeurs* du logiciel *Apprenti Géomètre mobile*. Tous les fichiers de ce module sont accessibles sur le serveur du CREM : ► Activité de réactivation ► Comparer deux figures

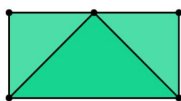
Y a-t-il une figure plus grande que l'autre ?
Explique comment tu as procédé pour le vérifier.



1. L'utilisateur du logiciel a accès, via la fonctionnalité *Ouvrir*, à des fichiers mis à sa disposition sur le serveur.

Pour ceux qui ne peuvent imaginer comment réaliser cette comparaison, l'enseignant peut inviter l'élève à imaginer ce qu'il ferait s'il avait les deux figures en papier. L'idée de la superposition viendra plus facilement. Ensuite, l'élève doit comprendre que pour superposer des figures sur le logiciel, il faut leur appliquer des mouvements et que ceux-ci doivent être sélectionnés au préalable. Si cela ne suffit pas, l'enseignant peut fournir à l'élève les figures en papier.

Pour répondre à la question, les élèves superposent les figures en utilisant le mouvement *Déplacer*. Si l'on compare les aires, le rectangle est plus grand étant donné qu'il peut contenir entièrement le triangle.



Étant donné l'imprécision de la question, certains élèves pourraient comparer des longueurs. Si les élèves comparent les longueurs des bases et hauteurs qui ont ici été choisies pour être isométriques, ils pourraient répondre que les figures sont de même grandeur.

Les différentes réponses qui peuvent apparaître, permettent de mettre en évidence les grandeurs utilisées chez chacun et l'imprécision de la question sur ce point. La question pour toutes les fiches sera corrigée à partir de ce moment-là telle que : « Y a-t-il une figure dont l'aire est plus grande que celle de l'autre ? ».

Par défaut, les figures du logiciel sont semi-transparentes. Nous avons gardé ce paramètre pour ces activités afin de permettre aux élèves de continuer à voir les segments après la superposition.

Échos des classes

Un élève a répondu à la question que cela dépendait de la position des deux figures. Pour lui, à la figure 1 le triangle est plus grand que le rectangle et à la figure 2, les deux figures sont de même grandeur. Il a comparé la base du triangle avec respectivement la largeur puis la longueur du rectangle.

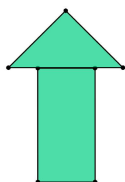


Fig. 1

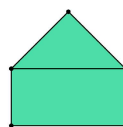
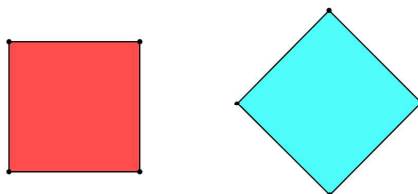


Fig. 2

L'élève reçoit la fiche suivante. La question aura peut-être été déjà modifiée comme décrit ci-dessus pour cette fiche et les suivantes si la discussion a déjà eu lieu sur ce sujet.

Y a-t-il un carré plus grand que l'autre ? / Y a-t-il un carré dont l'aire est plus grande que celle de l'autre ?
 Explique comment tu as procédé.



Les élèves ouvrent le fichier *Comparer2* selon le moyen indiqué par l'enseignant qui leur laisse un temps de recherche.

Le recours aux figures en papier comme décrit plus haut, pourrait encore être nécessaire. L'enseignant aura, pour cette fiche, placé les figures sur une table en respectant l'orientation des figures présentée à l'écran. L'élève se déplacera pour réaliser la tâche avec les figures en papier pour découvrir les mouvements à appliquer.

Pour comparer les deux carrés, les élèves sont amenés à les superposer en utilisant les mouvements *Déplacer* et *Tourner*.

Une solution est d'orienter d'abord les carrés de la même façon à l'aide du mouvement *Tourner* appliqué à l'un d'eux, ensuite de transporter l'un sur l'autre en utilisant le mouvement *Déplacer* (figure 3). L'ajustement automatique permet une bonne superposition des carrés si la rotation n'est pas suffisamment précise.

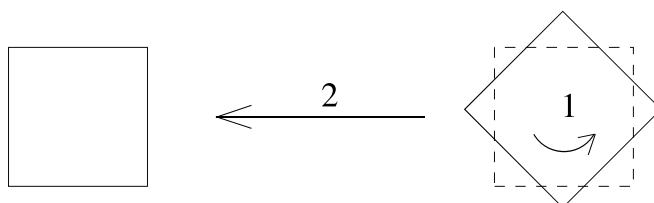


Fig. 3

Les élèves peuvent effectuer ces mouvements dans l'ordre inverse : *Déplacer* puis *Tourner* (figure 4).

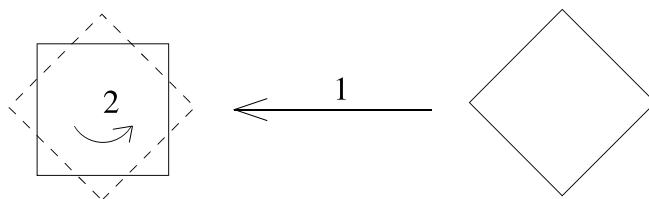


Fig. 4

Une autre solution pour comparer les carrés est d'orienter les deux carrés de la même façon et ensuite de les amener l'un contre l'autre pour vérifier que les deux côtés jointifs ont la même longueur (figure 5). Si c'est le cas, alors les deux carrés sont les mêmes puisqu'un carré est entièrement déterminé par la longueur d'un de ses côtés. Certains élèves auront besoin de déplacer un carré autour du deuxième et le coller à un autre endroit pour se convaincre de l'égalité des côtés (figure 6).



Fig. 5

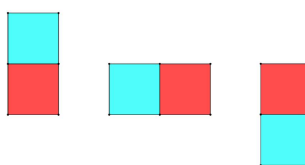


Fig. 6

Nous avons fait le choix de positionner un carré sur sa pointe afin de susciter différentes réponses et détecter plus facilement les élèves qui comparent des longueurs. Ceux-ci auront tendance à donner des réponses telles que « le carré bleu est plus grand car il dépasse du carré rouge », ils effectuent dans ce cas une comparaison des diagonales du carré bleu avec les côtés du carré rouge.

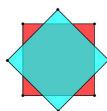


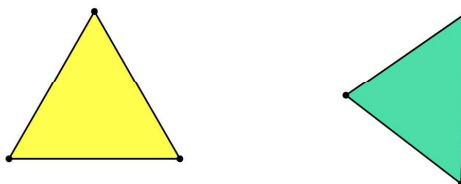
Fig. 7

Échos des classes

Certains élèves combinent les stratégies de superposition et de juxtaposition pour se convaincre de l'égalité des aires.

Les élèves reçoivent ensuite la fiche 3 et ouvrent le fichier *Comparer 3* dans l'interface *Grandeurs*.

Y a-t-il un triangle plus grand que l'autre? / Y a-t-il un triangle dont l'aire est plus grande que celle de l'autre?
 Explique comment tu as procédé.



Pour comparer les triangles, les élèves procèdent comme pour les carrés : d'abord aligner les bases, ensuite les faire chevaucher en amenant un triangle sur l'autre, ou inversement. Différents essais de recouvrements sont possibles (figures 8 et 9) :

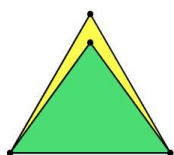


Fig. 8

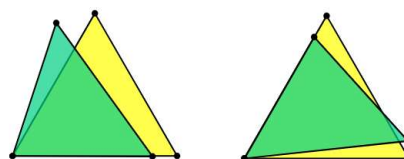


Fig. 9

Dans le cas où on arrive à en inscrire un dans l'autre comme à la figure 8, on voit facilement qu'un triangle a une aire plus grande.

Dans les autres cas (figure 9), il est difficile de comparer les triangles car il faut estimer les aires des morceaux qui dépassent. L'élève pourrait découper ce qui dépasse d'une des figures pour vérifier. Cette stratégie est bonne mais difficile à mettre en place avec ces figures-ci, elle sera exploitée aux fiches 5 et 6. L'enseignant invite alors les élèves à trouver un autre recouvrement.

Échos des classes

Certains élèves placent les deux triangles en alignant les bases. Ils les accolent ensuite par un sommet (figure 10).

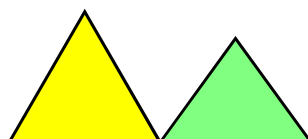


Fig. 10

Ils affirment ensuite que le triangle jaune est plus grand que le triangle vert en comparant les hauteurs sans vérifier l'égalité des bases.

Un élève a disposé les triangles comme à la figure 11 en superposant les bases pour vérifier leur égalité. Il a expliqué oralement voir que la hauteur du triangle jaune est plus grande que celle du triangle vert.

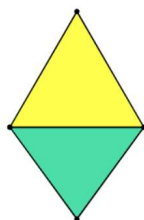
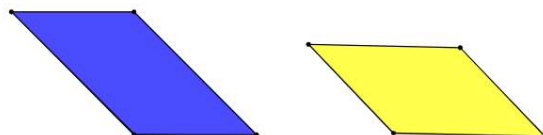


Fig. 11

L'enseignant soumet ensuite la fiche suivante aux élèves qui ouvrent le fichier *Comparer4* sur le logiciel.

Y a-t-il un parallélogramme plus grand que l'autre? / Y a-t-il un parallélogramme dont l'aire est plus grande que celle de l'autre?
Explique comment tu as procédé.



Comme pour les carrés et les triangles, l'enseignant laisse aux élèves une période de recherche. Pour tenter de superposer les deux parallélogrammes, ils ont besoin d'utiliser un autre mouvement que ceux utilisés pour les fiches précédentes, à savoir *Retourner*. Pour les élèves qui ne voient pas qu'un des deux parallélogrammes doit être retourné, le recours aux figures papiers disposées sur une table par le professeur peut être à nouveau une aide appréciable. L'enseignant peut également rappeler aux élèves qu'ils peuvent employer l'ensemble des mouvements disponibles et leur proposer de consulter le menu *Mouvements*.

Ces manipulations amènent les élèves à constater que le parallélogramme bleu a une aire plus grande que le parallélogramme jaune car il peut le contenir entièrement.

De nouveau, le choix des figures et de leurs positions de départ permettent d'obtenir des réponses basées sur la comparaison de longueurs. Par exemple, l'élève pourrait superposer les deux pa-

rallélogrammes sans appliquer le retournement (figure 12), comparer ensuite les bases qui sont isométriques et affirmer que les deux figures sont alors de même grandeur.

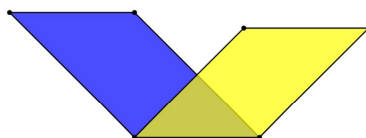


Fig. 12

Il est possible que l'ensemble des élèves aient donné jusque là les réponses correctes et de bonnes stratégies basées sur l'aire sans jamais l'expliquer. Dans ce cas, il est intéressant de leur demander à ce moment-ci « Quelle grandeur avez-vous comparée ? » et corriger alors la question imprécise.

L'enseignant construit avec les élèves une synthèse de ces activités. La synthèse mettra en évidence l'aire comme grandeur utilisée et la superposition comme moyen de comparaison, et les mouvements *Déplacer*, *Tourner* et *Retourner* comme outils mathématiques permettant la superposition. Ils retiendront que si une figure peut être entièrement incluse dans une autre alors son aire est plus petite.

L'étape suivante consiste à comparer les aires de deux figures dont aucune ne peut être incluse dans l'autre. La superposition ne va plus suffire, il va falloir découper et assembler autrement une figure pour reconstruire la deuxième.

Y a-t-il un rectangle qui a une aire plus grande que l'autre ?
Explique comment tu as procédé.



Les élèves ouvrent le fichier *Comparer5*.

Il n'est pas possible d'inclure entièrement un rectangle dans l'autre par simple superposition comme illustré à la figure 13.



Fig. 13

Certains élèves diront que c'est impossible de répondre à la question. D'autres diront que c'est le rectangle rouge qui a une aire plus grande car il est plus haut et d'autres encore que c'est le jaune car il est plus long.

Pour trouver la réponse, il faut trouver une autre stratégie, utiliser d'autres outils. Pour cela ils vont utiliser les opérations *Diviser*, *Découper* et éventuellement *Fusionner*.

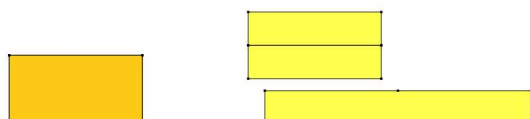
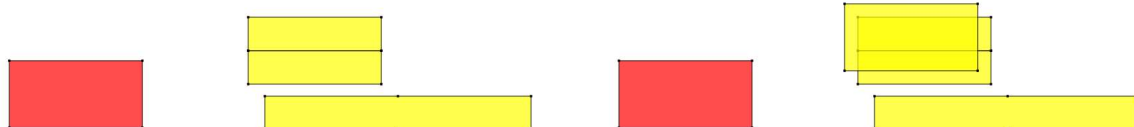
La semi-transparence des pièces permet de visualiser lors de la superposition les découpes à effectuer.

Voici ci-dessous un exemple de résolution. Pour effectuer la découpe, l'élève doit obtenir des points sur les côtés du rectangle jaune par division de ceux-ci.

Diviser et Découper



Fusionner



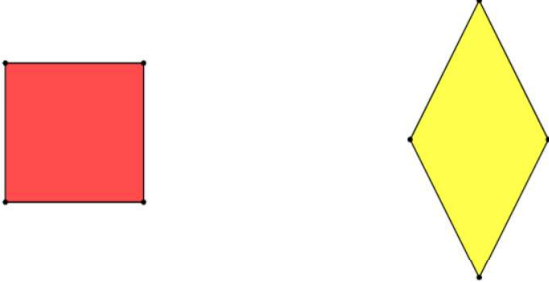
L'utilisation de l'opération *Fusionner* n'est pas obligatoire. La plupart des élèves utilisent les deux rectangles obtenus après la découpe du rectangle jaune pour paver le rectangle rouge.

Les élèves pourraient découper le rectangle rouge pour obtenir le rectangle jaune. Dans les deux cas, ils obtiennent deux figures superposables et peuvent constater qu'elles ont la même aire.

Cette activité met en jeu la conservation des aires par découpage et réassemblage.

Les élèves reçoivent la fiche 6 et ouvrent le fichier *Comparer6*.

Y a-t-il une figure qui a une aire plus grande que l'autre ?
Explique comment tu as procédé.



Cette activité a les mêmes enjeux que l'activité précédente avec une difficulté en plus. Il faut réussir à superposer les figures de manière à visualiser les découpes à effectuer. La figure 14 illustre une possibilité.

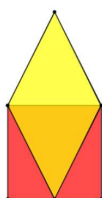
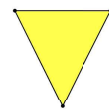
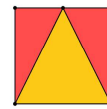
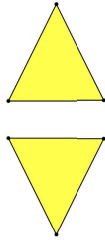
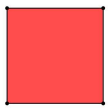
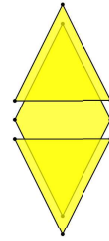
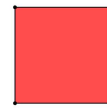
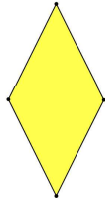
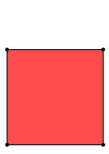


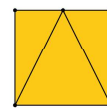
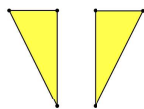
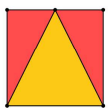
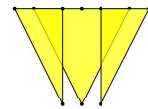
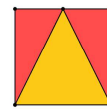
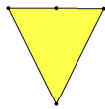
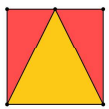
Fig. 14

En partant de cette superposition, voici ci-dessous une résolution possible.

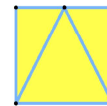
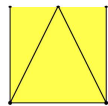
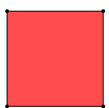
Découper



Diviser et découper



Grouper et fusionner





L'utilisation des fonctionnalités *Grouper* et *Fusionner* n'est pas obligatoire. La plupart des élèves s'arrêteront à l'étape juste avant. Dans notre exemple, nous avons groupé les figures pour les fusionner en une fois.

Certains élèves vont essayer de tourner le losange pour tenter de superposer les côtés des figures comme sur la figure 15. Si l'enseignant observe que les élèves sont bloqués à cette étape, il peut leur suggérer de revenir au début et de superposer les figures sans en tourner aucune.

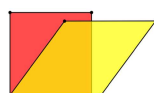


Fig. 15

L'enseignant synthétise les découvertes des fiches 5 et 6 à savoir : le découpage et réassemblage lorsque la simple superposition n'est pas possible; les outils du logiciel découverts, *Diviser*, *Découper* et *Fusionner* et comment les appliquer.

Échos des classes Une élève a effectué une autre superposition (figure 16) et la découpe du losange illustrée à la figure 17 pour reformer le carré en conjecturant les rapports.

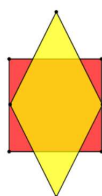


Fig. 16

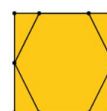
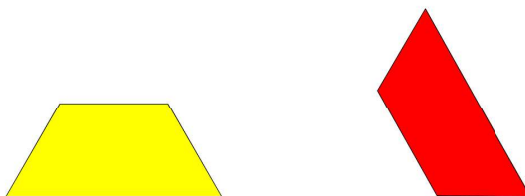


Fig. 17

Les élèves reçoivent la dernière fiche du module et ouvrent le fichier *Comparer7*.

Y a-t-il un trapèze qui a une plus grande aire que l'autre ?
Explique comment tu as procédé.



Dans cette dernière comparaison, les figures ont été rendues opaques. L'objectif est de faire découvrir le fonctionnement du logiciel qui place les figures dans différents plans et l'outil *Arrière-plan* qui permet de changer les figures de plan.

Les élèves appliquent ce qu'ils ont utilisé aux activités précédentes c'est-à-dire, bien orienter les figures et les superposer. Lorsque les élèves superposent les deux trapèzes opaques, ils observent alors que le trapèze rouge « disparaît ». Les élèves doivent comprendre qu'il s'est mis derrière le trapèze jaune, à l'arrière-plan.

À ce moment là, un trapèze cache entièrement l'autre. Ce constat ne permet pas de conclure avec certitude. Les élèves cherchent instinctivement à placer le trapèze rouge à l'avant-plan avec différents mouvements. Sans cela, ils peuvent seulement dire que le trapèze du dessus a soit une aire plus grande soit la même que le trapèze du dessous. L'enseignant invite les élèves à exprimer ce fait et leur propose d'agir pour donner une réponse qu'ils peuvent affirmer. La solution sera trouvée collectivement ou donnée par l'enseignant étant donné que le fonctionnement n'est pas intuitif, il diffère fortement de celui avec des figures en papier.

Une première solution est d'utiliser l'outil *Arrière-plan* pour renvoyer la figure du dessus au dernier plan et voir apparaître à l'avant la figure qui était cachée. Une autre solution est d'amener la figure qui est en arrière plan sur l'autre figure et maintenir le doigt appuyé ou la souris enfoncée pour la garder à l'avant plan. La deuxième procédure fonctionne également étant donné que l'ajustement automatique se fera mais ne permettra pas à l'élève de garder une trace du résultat. Les élèves peuvent également changer l'opacité des figures.

Par ces manipulations ils peuvent affirmer que le trapèze rouge a une plus petite aire que le trapèze jaune.

Les élèves ont découvert une nouvelle fonctionnalité du logiciel : *Arrière-plan*. L'enseignant les informe du fonctionnement de cet outil. Lorsqu'on l'applique à une figure, elle se placera derrière toutes les autres figures à l'écran, à l'arrière-plan.

Échos des classes

Un élève a copié le trapèze rouge et placé la copie devant le trapèze jaune pour conclure. En effet, chaque figure copiée est placée à l'avant plan de toutes celles à l'écran.

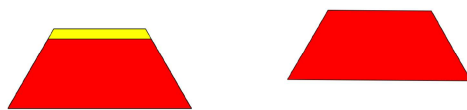


Fig. 18